WISKUNDE.OPMAAT.ORG

Wiskunde Op Maat

(Versie 2025/09/14.51)

Inhoudsopgave

1 Over Wiskunde Op maat 1.1

1.1 Welkom . . . 1.1
1.2 Antifragalista . . . 1.2
1.3 Over dit project . . . 1.5
1.4 Doe mee! . . . 1.7
1.5 Steun dit project . . . 1.14

2 Cursussen 2.1

2.1 Complexe getallen . . . 2.1
2.2 Veeltermen (Koen De Naeghel) . . . 2.2
2.3 Rekenvaardigheden (Wiskundeplan) . . . 2.3
2.4 Natuurkunde 6de jaar . . . 2.4

3 Rekenoffensief 3.1

3.1 Duiding . . . 3.1
3.2 Voorbeeld . . . 3.3
3.3 Eerste graad . . . 3.7
3.4 Tweede graad . . . 3.8
3.5 Derde graad . . . 3.10

1.1 Welkom

WISKUNDE OP MAAT
ANTIFRAGIEL LEERMATERIAAL

Welkom op de website van Wiskunde Op Maat!

Oefening 1.1.1. Ik denk dat geïnteresseerde leerkrachten samen natuurlijk✓ vanzelfsprekend✓ open-source leermateriaal kunnen maken en ter beschikking stellen.

Uitwerking: Wiskunde Op Maat faciliteert open-source leermateriaal voor het secundair onderwijs, voor en door leerkrachten.

Kostprijs Leerlingen betalen hoogstens de kosten om een pdf af te drukken.

Adaptief De leerkracht kan de broncode aanpassen naar eigen stijl of noden van de klas.

Kwalitatief Het leermateriaal is in een constante staat van verbetering.

Interactief Al het materiaal is vrij beschikbaar via interactieve webpagina's. (zonder login/betaalmuur/...)

Contact: zulip of kwinten@wiskunde.opmaat.org of Kwinten.01 (signal gebruikersnaam)

CC BY-NC-SA 4.0

1.2 Antifragalista

> There are big schools of reading methods and mathematics methods, and so forth, but if you notice, **you'll see the reading scores keep going down**–or hardly going up–in spite of the fact that we continually use these same people to improve the methods. -..- Yet these things are said to be scientific. We study them. And I think ordinary people with commonsense ideas are intimidated by this pseudoscience.
>
> Richard Feynman, 1974

> Geen enkel land ging qua leesprestaties in tien jaar tijd meer achteruit dan Vlaanderen. **De achteruitgang bedraagt 22 punten**, wat ongeveer overeenkomt met een half jaar cognitieve ontwikkeling.
>
> Commissie Beter onderwijs, 2021

Antifragiel leermateriaal

Het antifragiele probeert de wereld niet te begrijpen: het probeert vooral bij te leren. Het wilt vooral in contact staan met de wereld om zo elke dag beter te kunnen worden. Evolutie toont dat zo een simpel en blind mechanisme een enorme complexiteit kan scheppen, die perfect is aangepast om goed te functioneren in onze wereld.

Oefening 1.2.1. Ik denk dat ons onderwijs minder✓ | veel minder✓ experten nodig heeft.

Uitwerking: Wiskunde Op Maat is een antifragiele cursus.

Het materiaal zelf

Bovenaan staat een knop 'edit'. Als je daarop drukt kom via github op onze broncode terecht en kan je een voorstel indienen om het materiaal aan te passen. Dit is een eerste manier waarop dagelijks verbeteringen kunnen worden doorgevoerd:

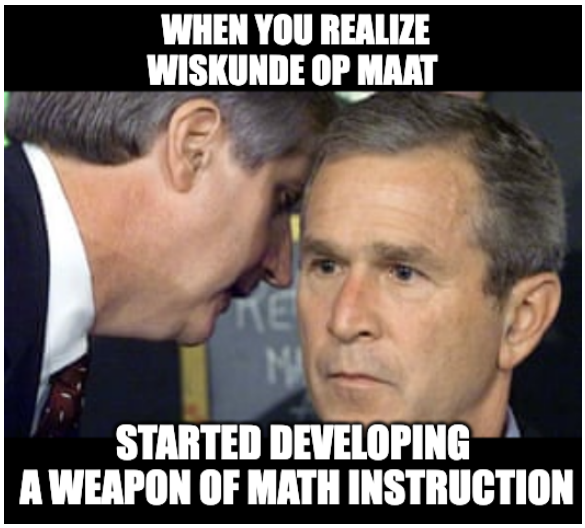
- dt-fouten
- Typo's
- Zaken waar iets ontbreekt dat er om evidente redenen zou moeten staan.
- Een voorbeeld dat om evidente reden beter kan.
- Een oefenreeks die om een evidente reden beter opgebouwd kan worden.
- Onnauwkeurigheden in notaties.
- Een extra tussenstap.
- ...

CC BY-NC-SA 4.0

1.2 Antifragalista

De pagina Doe mee! legt uit hoe iedereen zonder technische kennis en **vanuit de browser** deze aanpassingen kan doorvoeren. Iedereen kan in een bijgevoegd bericht uitleggen wat er waarom is aangepast. Daarna kan dit 'aanvaard' worden en vervolgens is het deel van het geheel. Op die manier is het materiaal dagelijks in staat van verbetering.

[]



Een cursus op maat van elke leerling

Toen ik zelf in het middelbaar zat legde een leerkracht over zijn eigen cursus uit: 'Het is moeilijk om één cursus voor een hele klas te schrijven. Als je een extra uitleg schrijft is het voor sommige nog steeds niet duidelijk, andere hebben het al lang begrepen.'

Wiskunde Op Maat is een cursus *op maat van elke leerling*:

Papier: De papieren versie is eerder dens. Ideaal om mee te studeren voor een herhalingstoets/examen.

Interactieve webpagina's: De online versie is een 'digital twin' van de papieren cursus. Enkel is hier alles een stuk uitgebreider. Er zijn kennisclips, uitwerkingen, extra voorbeelden, ...

De bedoeling is dat leerlingen op die manier zelf de uitgebreidere onlineversie consulteren indien nodig. In het begin is dit wat zoeken, maar leerlingen zullen ervaren wat er voor hen werkt. Ze kunnen op die manier hun papieren cursus aanvullen met extra uitleg.

Op de papieren cursus is aangegeven wat je op de webpagina's kan gaan vinden:

- Geogebra's
- Kennisclips
- Volledige uitwerking
- Extra voorbeeld
- ...

Dit heeft geen enkele invloed op de klaspraktijk. Leerlingen consulteren de webpagina's enkel indien ze tijdens het studeren extra informatie nodig hebben.

Een cursus op maat van elke leerkracht

Met de code van dit open-source project is het mogelijk om een cursus *op maat van elke leerkracht* te maken. Op die manier kan een leekracht elk schooljaar de cursus beter afstemmen op de lespraktijk en de leerlingen.

CC BY-NC-SA 4.0

1.2 Antifragalista

Met de broncode een eigen cursus maken

Alle code staat op github en is vrij te gebruiken voor niet-commerciële doeleinden. Een leerkracht kan deze broncode kopiëren en volledig wijzigen naar verlangen.

- Onderdelen selecteren.
- Voetnoten invoegen.
- Eigen voorbeelden uit de les toevoegen.
- ...

Hiervoor is basiskennis LaTeX vereist. Met chatGPT is echter voor veel mensen de drempel enorm verlaagd om hiermee aan de slag te gaan. Ook zelf ook de interactieve webpagina's online te zetten heb je wat meer technische kennis nodig.

Op termijn wilt Wiskunde Op Maat het mogelijk maken om ook *zonder* technische kennis een eigen cursus samen te stellen. Deze cursus kan dan via Wiskunde Op Maat gehost worden op een eigen omgeving voor de school (voorbeeld: Sint-Pieterscollege Leuven). Op die manier kan een leerkracht het materiaal wijzigen en online aanbieden aan leerlingen, zonder zelf een webserver op te zetten. (leerlingen zijn ook gelinkt met smartschool, je kan huistaken geven, ...)

CC BY-NC-SA 4.0

1.3 Over dit project

Over dit project

Open-source leermateriaal voor het secundair onderwijs heeft verschillende voordelen:

Kostprijs Leerlingen hoeven enkel het afdrukken van de pdf te betalen.

Adaptief De leerkracht kan de broncode aanpassen naar eigen stijl of noden van de klas.

Kwalitatief Het leermateriaal is in een constante staat van verbetering.

Interactief Al het materiaal is vrij beschikbaar via interactieve webpagina's. (zonder login/betaalmuur/...)

Wiskunde Op Maat wil dit ondersteunen op volgende manieren:

Overzicht en kwaliteitscontrole

Het materiaal is dankzij interactieve webpagina's erg overzichtelijk beschikbaar op de website. Je kan op elke pagina een pdf versie (met of zonder oplossingen) downloaden. Kwaliteit komt op de eerste plaats. Hoewel het materiaal organisch groeit houden we alles overzichtelijk.

Krachten bundelen

Leerkrachten die open-source materiaal willen maken samenbrengen.

Kennis bundelen

Leerkrachten ondersteunen in technische aspecten van een open-source project (Github, LaTeX, webhosting, ...).

We geloven in maatschappelijk gedreven ondernemerschap. De ambitie is om op termijn ook verdere ondersteuning en mogelijkheden aan te bieden leerkrachten en scholen die dat wensen.

Cursus op maat van elke leerkracht

Een tool ontwikkelen waarmee leerkrachten **zonder** technische kennis hun eigen cursus kunnen samenstellen.

Webhosting voor scholen

Deze persoonlijke cursus kan gehost worden op een eigen platform voor de school. De leerlingen zijn hieraan verbonden via LTI (moodle, google classroom, smartschool, ...). Leerkrachten kunnen eigen kennisclips, huiswerk, ... uploaden via de interactieve webpagina's. In dit (toekomstig) scenario is volwaardige ondersteuning vereist. Voorbeeld: Sint-Pieterscollege Leuven

CC BY-NC-SA 4.0

1.3 Over dit project

Enkele organisaties vormen het uitgangspunt voor de (toekomstige) structuur van dit project. Ontwerper van het web Sir Tim Burners-lee zetelt in het bestuur van de Proton Foundation. Dit is een non-profit opgericht door Andy Yen die op het bestuur van Protonmail toeziet en initiatieven in lijn met hun missie ondersteunt. Ook Yvon Chouinard deed recent hetzelfde.

CC BY-NC-SA 4.0

1.4 Doe mee!

Hoe bijdragen aan dit project?

Het is voor iedereen mogelijk om bij te dragen aan dit project voor open source cursusmateriaal voor het secundair onderwijs.

Conctact op via kwinten@wiskunde.opmaat.org of Kwinten.01 (signal gebruikersnaam)

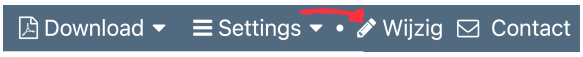
Laat ons beginnen bij het begin: **Hoe verbeterd de aandachtige lezer zonder enige vorm van technische kennis zelf een dt-fout?**

Wiskunde Op Maat maakt open-source cursussen voor het secundair onderwijs die worden geschreven met LaTeX. Al onze code is beschikbaar via github. Dit is een platform waar organisaties, individuen, bedrijven, ... alle code die ze hebben geschreven samen kunnen beheren, delen en verbeteren. Het platform gebruiken vereist geen technische kennis, het is een soort facebook voor mensen die enkel over code willen babbelen.

Het enige dat je nodig hebt is een gratis account dat je kan maken via https://github.com

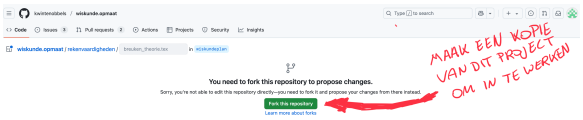
Het stappenplan hieronder toont hoe laagdrempelig Github werkt. Als je op de foto's klikt worden de foto's groter.

Stap 1 Druk op de 'wijzig' knop die bovenaan elke cursus staat.



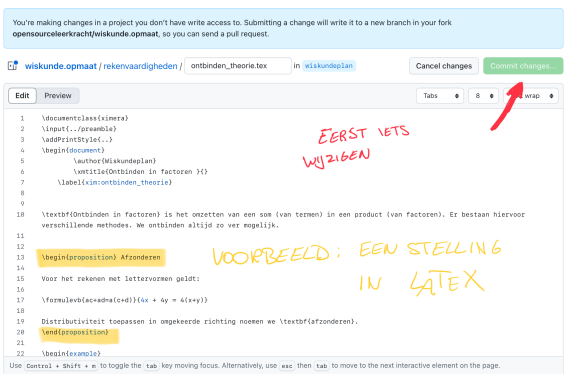
Stap 2 Je wordt naar github gestuurd. Er is een pop-up die vraagt om in te loggen.

stap 3 Na het inloggen kom je automatisch op een pagina met een groene knop 'fork this repository'. Dit maakt een kopie van het project waarin je een verandering kunt aanbrengen.



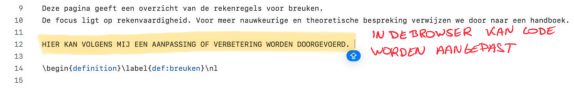
Stap 4 Een wijziging is in Github een 'commit'(= iets gewijzigd) en 'pull request' (= aanvraag om te wijziging goed te keuren).

Stap 4.1 Github brengt je automatisch naar de juiste file in onze broncode. De commit-knop is eerst grijs.

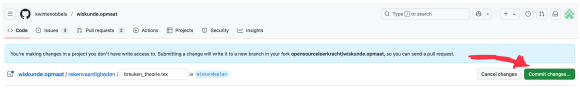


Stap 4.2 Je kan hier **in de browser** de broncode aanpassen.

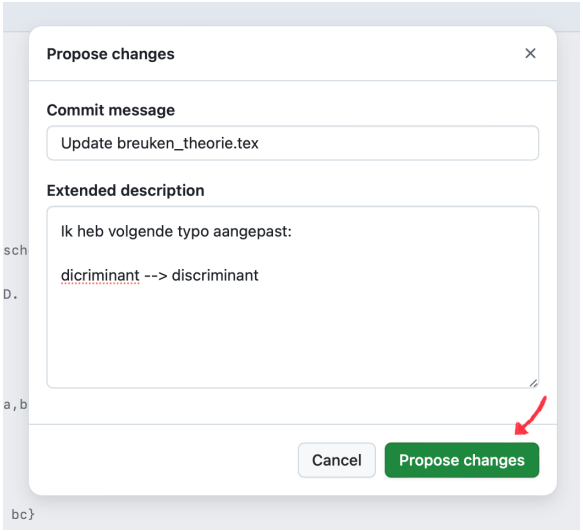
1.4 Doe mee!



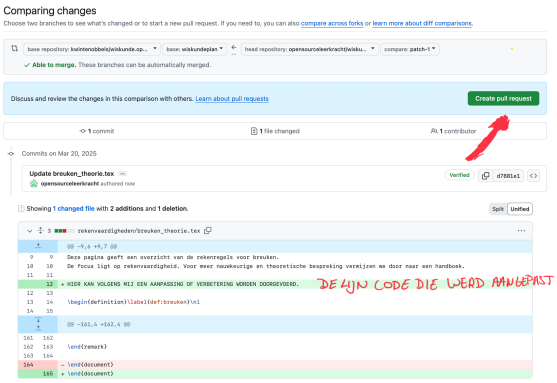
Stap 4.3 Vanaf je iets hebt gewijzigd wordt de 'commit-knop' groen. Druk hier op als je klaar bent.



Stap 4.4 Je krijgt een pop-up om een beschrijving mee te geven. (bv: typo aangepast). je drukt op 'propose changes'.



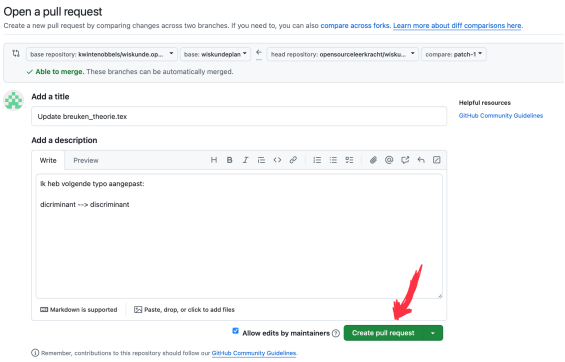
Stap 4.5 Github opent een tab 'comparing changes'. Hierin wordt overzichtelijk weergegeven welke lijnen code er zijn veranderd. Je drukt op 'create pull request'



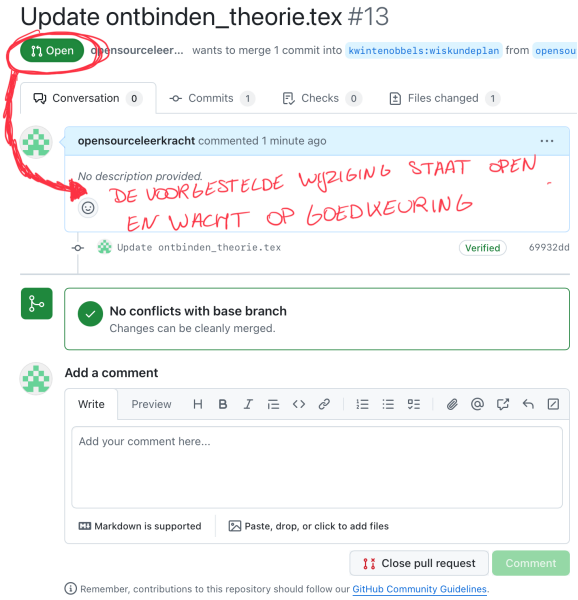
Stap 4.6 Github opent opnieuw een venster met de beschrijving van de verandering. Je druk op nogmaals op 'create pull request'.

CC BY-NC-SA 4.0

1.4 Doe mee!



Stap 4.7 Git zet je pull request op 'open'. Dit betekent dat het wacht op een reviewer die het nakijkt en goedkeurt.

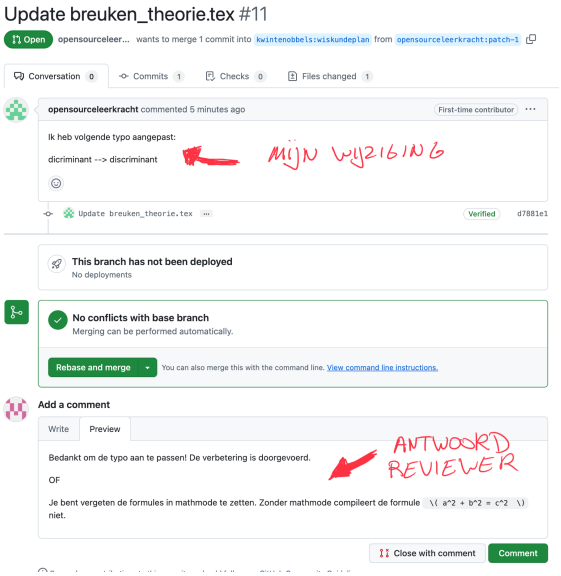


Reviewers kunnen bepalen of de wijziging bijgevoegd aan het origineel:

Stap 1 Ze krijgen de veranderingen te zien en kunnen met een comment reageren of de verandering:

CC BY-NC-SA 4.0

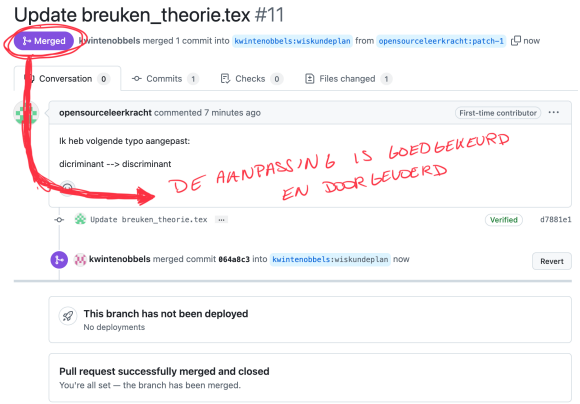
1.4 Doe mee!



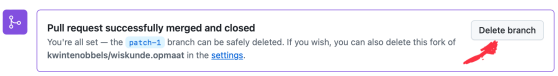
Stap 2 Met een knop 'rebase and merge' kan de verandering worden toegevoegd.



Stap 3 De open request (groen) verandert naar 'merged' (paars).



Stap 4 Je krijgt hier zelf ook melding van en kan de 'branch' en 'fork' verwijderen. Op die manier blijft je eigen github 'proper' en is deze wijziging helemaal afgerond.



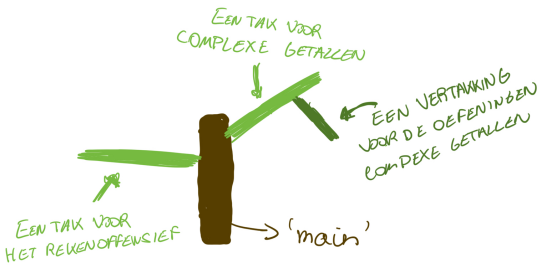
Opmerking 1.4.1 (EEN KORTE VISUELE UITLEG VAN WAT ER NET IS GEBEURD).

CC BY-NC-SA 4.0

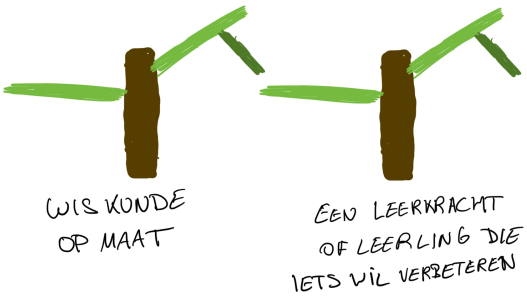
1.4 Doe mee!

EEN KORTE VISUELE UITLEG VAN WAT ER NET IS GEBEURD

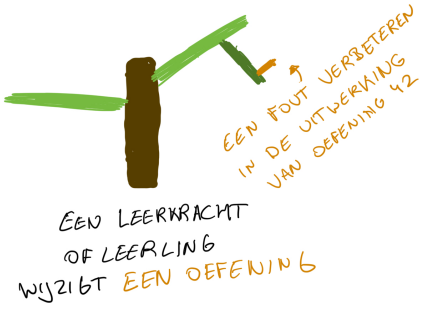
De folders met bestanden op je computer kan je bekijken als een 'boomstructuur'. Er is een 'stam' van waar elke folder als een 'nieuwe vertakking' vertrekt. Deze stam noemen we in github 'main'. De broncode van Wiskunde Op Maat zit in zo een boomstructuur:



Als je software beheert, wil je niet dat de boom waaraan jaren gewerkt werd zomaar kan veranderen. Hoewel het 'overkill' lijkt, blijkt de volgende simpele werkwijze erg handig: als je iets kleins wilt veranderen - bijvoorbeeld één oefening van complexe getallen - kopieer je gewoon meteen de hele boom. Dit heet 'forken' en dat was de eerste knop waar je op drukt na de knop 'wijzig' op onze interactieve webpagina's.



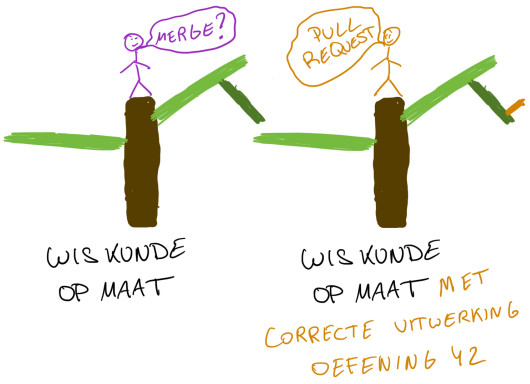
Iedereen die nu iets wil veranderen (al is het maar een dt-fout) heeft zijn eigen omgeving om dit te doen. Nu kan je in je browser onze broncode aanpassen. Je zit dus volledig in je eigen boom te werken; een identieke tweeling van Wiskunde Op Maat:



CC BY-NC-SA 4.0

1.4 Doe mee!

Als je klaar bent druk je op de knop 'create pull request' . Daarna kom je op de 'update' pagina. Een reviewer van Wiskunde Op Maat krijgt melding dat je een wijziging hebt doorgevoerd. De wijziging kan nu 'gemerged' worden in de oorspronkelijke boom:



Indien de wijziging wordt aanvaard, mergen de twee bomen terug tot één. In github wordt alles dat groen was nu paars.



Dit is de basismanier om aan een open-source project een verbetering door te voeren. Leerkrachten die verder willen meewerken of zelf voorgestelde wijzigingen willen goedkeuren, zullen nog andere termen tegenkomen. Alles in GitHub komt echter neer op: je kopieert op een bepaalde manier een stuk van een boom en voegt hem vervolgens op een bepaalde manier terug in een oudere boom.

Op deze manier kunnen alle 'evidente verbeteringen' worden doorgevoerd door de leerkrachten en leerlingen die gebruik maken van het materiaal:

- Typo's
- Zaken waar iets ontbreekt dat er om evidente redenen zou moeten staan.
- Voorbeelden die om evidente redenen voor verbetering vatbaar zijn.
- Oefenreeksen die om evidente redenen beter geordend kunnen worden.
- Onnauwkeurigheden in notaties.

CC BY-NC-SA 4.0

1.4 Doe mee!

- ...

Voor verdere vragen neem gerust conctact op via kwinten@wiskunde.opmaat.org of Kwinten.01 (signal gebruikersnaam)

Dit stappenplan werkt voor iedereen die typo's en andere kleine aanpassingen wilt doorvoeren, Voor leerkrachten die interesse hebben om deze technologie te leren kennen lijkt een vaardigheid uitwerken voor het rekenoffensief een ideaal startpunt. Deze pagina's zijn kort en behapbaar. Alles wat nodig is om mee te werken kan je hiermee onder de knie krijgen (Github, LaTeX, interactieve online elementen, ...). Ook dit kan volledig vanuit de browser maar vereist is meer uitleg om het op te zetten.

Er is ook een zulip beschikbaar. Je kan inloggen met het github account dat je hierboven reeds hebt gemaakt. Voorlopig is hier nog weinig leven maar als het project vertrokken geraakt is het de bedoeling dat alle communicatie langs hier verloopt.

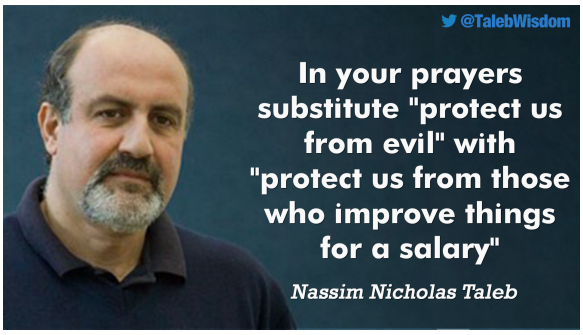
Zulip biedt een een chatruimte voor teams/organisaties/... om gestructureerd online te kunnen overleggen. Iedereen met interesse in dit project is welkom. Je hoeft enkel in te loggen en kan alles bekijken. Er zijn verschillende 'channels' georganiseerd per onderwerp.

CC BY-NC-SA 4.0

1.5 Steun dit project

Steun dit project

bc1q8xy4m9mar7sxh765y9g7q9pzzm8cmmm0w02sq2 of bedankt@wiskunde.opmaat.org (bitcoin via e-mail)
Dankzij protonmail en proton Wallet is dit project ondersteunen even simpel als een e-mail sturen.



CC BY-NC-SA 4.0

2.1 Complexe getallen

Cursussen Complexe getallen

Via volgende links kom je op onze cursussen complexe getallen. Er zijn verschillende inleidingen voor de cursussen:

- Inleiding vergelijkingen
- Genetische/historische inleiding
- Meetkunde inleiding (8uur)

Daarnaast zijn er onderdelen die enkel in de 8-uur cursus staan. (De complexe getallen vormen een veld; quaternionen en videogames; ...)

In de pdf-versie (beschikbaar onder knop 'download') zijn ook verschillen. De eerste cursus is onze 'standaardcursus'. De tweede cursus is dezelfde met vlugge vragen toegevoegd.

(a) Complexe getallen - standaardcursus

(b) Complexe getallen - met vlugge vragen

(c) Complexe getallen - met historische inleiding

(d) Complexe getallen - 8 uur cursus

CC BY-NC-SA 4.0

2.2 Veeltermen (Koen De Naeghel)

Een aangepaste versie van de open-source cursus veeltermen van Koen De Naeghel is beschikbaar.

Deze cursus zal de komende dagen/maanden/jaren/decennia/... verder herwerkt, verbeterd en uitgebreid worden. Via de wijzig knop kan vanuit de browser een pull-request worden doorgevoerd.

Cursus Veeltermen 4de jaar

Contact: zulip of kwinten@wiskunde.opmaat.org of Kwinten.01 (signal gebruikersnaam)

CC BY-NC-SA 4.0

2.3 Rekenvaardigheden (Wiskundeplan)

Wiskundeplan schenkt in de tweede graad extra aandacht aan rekenvaardigheden. Het lesmateriaal over ontbinden in factoren en rationale lettervormen is hier in uitgebreide versie beschikbaar. Ook rekenen met machten, breuken en lineaire vergelijkingen uit de eerste graad werden toegevoegd. Het materiaal staat op zichzelf en kan helpen bij het inoefenen en remediëren van de belangrijkste rekentechnieken uit de eerste en tweede graad.

Dit materiaal staat los van specifieke minimumdoelen. (Ontbinden in factoren staat enkel nog in het 5-uur leeplan voor de 2de graad van wiskundeplan.)

Rekenvaardigheden (Wiskundeplan)

Fouten, verbeteringen en andere suggesties zijn welkom!

Bronnen (zoals vermeld op https://wiskundeplan.be/lesmateriaal/)

Delta Nova E.Jennekens G.Deen, Wiskunde 68 WPP

CC BY-NC-SA 4.0

2.4 Natuurkunde 6de jaar

Dit is de cursus natuurkunde van Bart Lambregs zoals gebruikt op het Sint-Pieterscollege Leuven tot 2020.

Deze cursus zal de komende dagen/maanden/jaren/decennia/... verder herwerkt, verbeterd en uitgebreid worden. Via de wijzig knop kan vanuit de browser een pull-request worden doorgevoerd.

Cursus Natuurkunde 6de jaar doorstroom

Contact: zulip of kwinten@wiskunde.opmaat.org of Kwinten.01 (signal gebruikersnaam)

CC BY-NC-SA 4.0

3.1 Duiding

Over procedurele vaardigheden

Het rekenoffensief ambieert op termijn leerkrachten en leerlingen een **simpele en duidelijke omgeving** te bieden waar procedurele vaardigheden kunnen geremedieerd en herhaald worden telkens een leerkracht of leerling ervaart dat dit nodig is. Vanzelfsprekend zijn deze vaardigheden louter een nodige maar onvoldoende voorwaarde voor 'goed' wiskundeonderwijs.

Alle leerdoelen die louter procedurele kennis zijn werden geselecteerd. Wiskunde Op Maat neemt als axioma aan dat elke mens het in zich heeft deze procedures te doorgronden. Om correct een formule om te vormen, de nulpunten van een kwadratische vergelijking te bepalen of het matrixproduct uit te voeren, heb je geen geheime kennis nodig. Je moet dat gewoon oefenen en onderweg af en toe iets uit je fouten leren.

Als een leerkracht of leerling merkt dat

- de leerling de basisrekenregels voor breuken niet meer kent.
- de leerling geen vergelijking van een rechte door twee punten kan opstellen.
- de leerling vaak fouten maakt bij het omvormen van formules.
- ....

wilt het rekenoffensief een uniforme en simpele plek worden waar een leerling die kennis en vaardigheid kan remediëren en inoefenen.

Een leerling gebruikt het rekenoffensief om actief te oefenen.

Voor complexe getallen getallen zijn er onder meer volgende leerdoelen:

06.08.24 De leerlingen stellen complexe getallen voor in het vlak.

06.08.27 De leerlingen zetten complexe getallen in cartesische vorm om naar goniometrische vorm en omgekeerd.

06.08.42 De leerlingen kunnen de Mandelbrot verzameling in het complexe vlak herkennen en daarbij een kort doch diepgaand woordje uitleg geven dat het hele intellectuele nalatenschap van Benoit Mandelbrot overspant. Vervolgens duiden ze met anakdotiek uit eigen leefwereld hun visie op de gausscurve.

Volgens Wiskunde Op Maat is het **niet** het doel van wiskundeonderwijs om zonder veel inzicht deze procedures tot een goed einde brengen: het is gewoon een nodige maar onvoldoende voorwaarde. Leerlingen hebben tijdens boeiende discussies, filosofische uitweidingen, ... over het complexe veld waarschijnlijk een punt uit dat vlak nodig. Het lijkt ook nuttig dat ze in die filosofische discussie zonder veel moeite dat punt naar goniometrische vorm omgezet krijgen om hun argumentatie tot een goed einde te brengen.

De hypothese dat ons onderwijs hier baat bij zou kunnen hebben werd (zonder gausscurve) getoetst in een Leuvens woonzorgcentrum. Zowel een startende leerkracht met wie ik sprak als een zeer ervaren leerkacht gaven allebei uit zichzelf (onafhankelijk) hetzelfde voorbeeld uit hun klas toen ik hen het dee achter Wiskunde Op Maat voorlegde. Twee onafhankelijke anakdotes $\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$ leveren volgens Wiskunde Op Maat (zonder gausscurve) een sluitend bewijs in de wereld waarin we leven. Vanzelfsprekend staat dit op geen enkele manier in contradictie met de ontelbare anakdotes van leerlingen die de procedures erg goed oefenen maar vergeten de filosofische discussies te voeren. Natuurlijk zijn er ook veel anakdotes

CC BY-NC-SA 4.0

3.1 Duiding

van leerlingen die zonder hun boek open te doen met veel plezier filosofische discussies voeren. Het lijkt waarschijnlijk dat er er ook een grote groep is die niet de procedures heeft geoefend en zich nog niet de bedenking heeft gemaakt dat wat er achter die procedures zit voor sommige mensen voer voor filosofische discussies zou kunnen zijn. Wiskunde Op Maat laat het aan *fragilista's* om met statistiek en theoretische kaders te proberen wijs te worden in dit kluwen. *Antifragalista's* vragen het gewoon aan de wereld. Enkel de tijd kan uitwijzen of iets de toetsing met de werkelijkheid kan doorstaan.

[Over anti-antifragilista's]

> The fragilista falls for the *Soviet-Harvard delusion*, the (unscientific) overestimation of the reach of scientific knowledge. Because of such delusion, he is what is called a *naive rationalist*, a *rationalizer*, or sometimes just a *rationalist*, in the sense that he believes that the reasons behind things are automatically accessible to him. And let us not confuse rationalizing with rational — the two are almost always exact opposites. Outside of physics, and generally in complex domains, the reasons behind things have had a tendency to make themselves less obvious to us, and even less to the fragilista. This property of natural things not to advertise themselves in a user's manual is, alas, not much of a hindrance: some fragilistas will get together to write the user's manual themselves, thanks to their definition of "science." In short, the fragilista (medical, economic, social planning) is one who makes you engage in policies and actions, all artificial, in which *the benefits are small and visible, and the side effects potentially severe and invisible*.
>
> Nassim Nicolas Taleb

CC BY-NC-SA 4.0

3.2 Voorbeeld

Hoe een procedurele vaardigheid bij het rekenoffensief kan worden ingeoefend:

Het rekenoffensief structureert de inoefening van elke procedurele vaardigheid in regel op dezelfde manier.

Vaardigheid De leerling krijgt duidelijke instuctie over welke procedure er ingeoefend wordt.

Theorie Er zijn eerst 3 oefeningen waar de leerling extra ondersteuning krijgt. De theorie wordt hernomen in de vorm van hints, feedback en volledige uitwerking. Na deze drie oefeningen zou de hele vaardigheid, inclusief handige rekentechnieken, opgefrist moeten zijn. Indien dit niet genoeg is kan de leerlingen doorklikken naar de cursus om de theorie (eventueel uit een vorig schooljaar) volledig te hernemen.

Oefening 1 Een heel eenvoudig/triviaal voorbeeld. De setting waarin we werken wordt uitdrukkelijk benoemd net zoals het opzet en doel van de procedure. Elke tussenstap wordt verklaard.

Oefening 2 Hints, feedback en uitwerking om de procedure volledig te doorgronden.

Oefening 3 Hints, feedback en uitwerking om de procedure volledig te doorgronden.

Inoefening Leerlingen oefenen de procedurele vaardigheid in. Indien mogelijk wordt de procedure op verschillende manieren en richtingen uitgevoerd.

Opwarmers Eenvoudige inoefening met enkel de eindoplossing. Passages met veel kansen op rekenfouten worden indien mogelijk vermeden.

Inoefening Reguliere opgaven met enkel de eindoplossing.

Voorbeeld: Indien een leerling niet weet hoe kwadratische vergelijking moeten worden opgelost, maar dit in principe reeds in de lessen heeft geleerd, kan die uit zichzelf of na aansporing van de leerkracht met volgende pagina deze vaardigheid herhalen.

Oefening 3.2.1. Bepaal de oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 - 4x + 3 = 0$.

1. De discrimant is positief✓.

2. Deze vergelijking heeft twee oplossingen✓ in de reële getallen.

3. Bepaal de wortels.

Uitwerking: In het algemeen wordt een tweedegraadsvergelijking in één onbekende gegeven door het voorschrift $ax^2 - bx + c = 0$. De tweedegraadsvergelijking $x^2 - 4x + 3 = 0$ heeft als coëfficiënten gelijk aan $a = 1, b = -4$ en $c = 3$. We zoeken de getalwaarden voor x waarvoor deze vergelijking gelijk is aan nul. Hiervoor kan de formule met discrimant gebruikt worden.

De discrimant $\Delta = b^2 - 4ac$ is gelijk aan $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$. De vierkanswortel wordt dan gegeven door $\sqrt{\Delta} = \sqrt{4} = 2$. Er zijn dus twee oplossingen omdat de discriminant positief is. Deze oplossingen worden gegeven door:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ en } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

CC BY-NC-SA 4.0

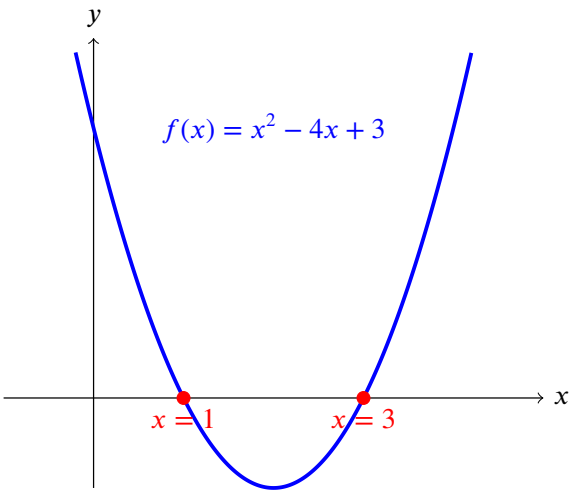
3.2 Voorbeeld

Invullen levert:

$$x_1 = \frac{-(-4)+\sqrt{4}}{2\cdot 1} = 3$$

$$x_2 = \frac{-(-4)-\sqrt{4}}{2\cdot 1} = 1$$

Als je de vergelijking beschouwt als een functievoorschrift, zijn deze oplossingen de snijpunten van de parabool $f(x) = x^2 - 4x + 3$ met de x-as. Aangezien de discriminant positief is, zal de parabool de x-as 2 keer snijden.



Met de discrimantformule bereken je dus deze snijpunten met de x-as zonder grafiek van de functie .

Oefening 3.2.2. Bepaal de oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 - 4x + 4 = 0$.

1. De discriminant is nul✓ .

2. Deze vergelijking heeft één oplossing✓ in de reële getallen.

3. Bepaal de wortels.

Uitwerking: In het algemeen wordt een tweedegraadsvergelijking gegeven door het voorschrift $ax^2-bx+c = 0$ Voor de vergelijking

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

hebben we:

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 4.$$

Bereken de discriminant:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\cdot 1\cdot 4 = 16 - 16 = 0.$$

Aangezien $\Delta = 0$ is er één oplossing (dubbele wortel), gegeven door:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2\cdot 1} = \frac{4}{2} = 2.$$

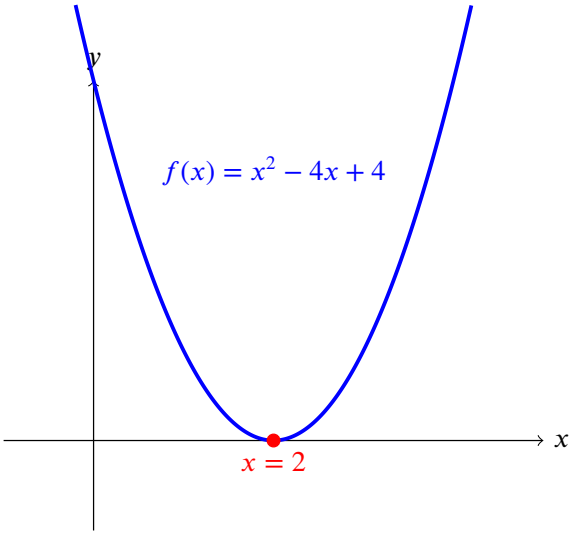
Als functievoorschrift is

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

CC BY-NC-SA 4.0

3.2 Voorbeeld

een parabool die de x-as raakt in het punt $(2, 0)$.



Oefening 3.2.3. Bepaal de oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 - 4x + 5 = 0$.

1. De discriminant is negatief✓.

2. Deze vergelijking heeft geen oplossingen✓ in de reële getallen.

Uitwerking: Voor de vergelijking $x^2 - 4x + 5 = 0$

hebben we:

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 5.$$

De discriminant wordt berekend als:

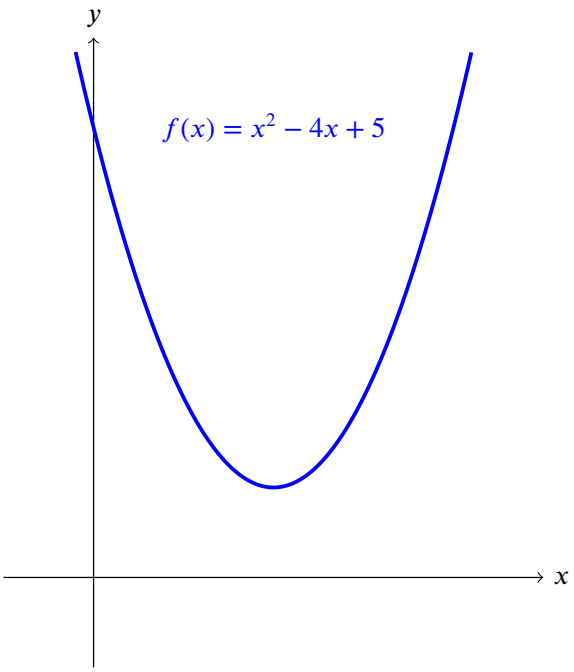
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4.$$

Aangezien $\Delta < 0$ zijn er geen reële oplossingen.

De grafiek van de parabool ligt volledig boven de x-as. Er zijn geen snijpunten.

CC BY-NC-SA 4.0

3.2 Voorbeeld



Oefening 3.2.4. Bepaal de oplossingen van volgende tweedegraadsvergelijkingen.

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen 2 en 3
2. $x^2 + x - 6 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen -3 en 2
3. $x^2 + 2x + 1 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan -1
4. $2x^2 + 5x + 2 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen $-\frac{1}{2}$ en -2
5. $3x^2 - 6x + 3 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan 1

Oefening 3.2.5. Bepaal de oplossingen van volgende tweedegraadsvergelijkingen.

1. $x^2 + 4x + 5 = 0$ Er zijn geen oplossingen in de reële getallen.
2. $x^2 + 2x - 8 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen -4 en 2
3. $4x^2 + 12x + 9 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan $-\frac{3}{2}$
4. $3x^2 + 6x + 3 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan -1
5. $-x^2 + 4x + 1 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen $2 + \sqrt{5}$ en $2 - \sqrt{5}$

Het is ook mogelijk deze pagina met of zonder antwoorden als pdf te downloaden en af te drukken. Voor hardnekkige fouten als $\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$ kan een leerkracht zich wapenen met enkele kopieën en deze indien nodig met een nietje als fysieke bijlage aan een verbeterde toets invoegen.

Alle procedurele leerdoelen zonder link zijn nog niet uitgewerkt. Leerkrachten die willen helpen om vaardigheden uit te werken nemen best contact op. Het is mogelijk vanuit de browser volwaardig mee te werken aan dit project. Er hoeft niks lokaal geïnstalleerd te worden op de eigen computer.

Contact: zulip of kwinten@wiskunde.opmaat.org of Kwinten.01 (signal gebruikersnaam)

CC BY-NC-SA 4.0

3.3 Eerste graad

Eerste graad

Basisrekenvaardigheden

rv 1.1 Rekenen met breuken

rv 1.2 Rekenen met machten

Rekenen

06.01 De leerlingen rekenen met natuurlijke, gehele en rationale getallen.

06.02 De leerlingen zetten rationale getallen om van de ene naar de andere voorstellingswijze: decimale vorm, breuk en procent.

06.03 De leerlingen ordenen rationale getallen.

06.12 De leerlingen rekenen met algebraïsche uitdrukkingen.

06.13 De leerlingen bepalen de getalwaarde van een algebraïsche uitdrukking.

06.17 De leerlingen lossen vergelijkingen van de eerste graad op in één onbekende in de verzameling van de rationale getallen.

Meetkunde

06.08 De leerlingen berekenen omtrek en oppervlakte van vlakke figuren: driehoek, trapezium, parallellogram, ruit, rechthoek, vierkant en cirkel.

06.10 De leerlingen berekenen oppervlakte en volume van ruimtefiguren: kubus, balk en cilinder.

BG06.04 De leerling berekent de omtrek van een vierhoek en de oppervlakte van een rechthoek in betekenisvolle contexten.

Verzamelingenleer

06.20 De leerlingen voeren bewerkingen met twee verzamelingen uit: doorsnede, unie en verschil.

CC BY-NC-SA 4.0

3.4 Tweede graad

Tweede graad

Basisrekenvaardigheden

rv2.1 Ontbinden in factoren (Wiskundeplan)

rv2.2 Rationale lettervormen (Wiskundeplan)

rv2.3 Lineaire vergelijkingen (Wiskunde Op Maat)

Algemene competenties

06.02 De leerlingen ordenen reële getallen.

06.03 De leerlingen rekenen met reële getallen.

06.06 De leerlingen passen de stelling van Pythagoras toe om meetkundige problemen op te lossen in het vlak en in de ruimte.

06.07 De leerlingen gebruiken de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens in rechthoekige driehoeken om meetkundige problemen op te lossen.

06.08 De leerlingen passen gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken toe om meetkundige problemen op te lossen.

06.09 De leerlingen tekenen in het vlak de som van vectoren en de vermenigvuldiging van een vector met een getal.

06.10 De leerlingen lossen eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden in één onbekende algebraïsch en grafisch op.

06.11 De leerlingen drukken bij een formule één variabele uit in functie van een andere.

06.13 De leerlingen bepalen het voorschrift, de grafiek, de tabel en de verwoording van een eerstegraadsfunctie als één van de andere representaties gegeven is.

06.15 De leerlingen analyseren kenmerken van tweedegraadsfuncties van de vorm $f(x) = ax??$: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extremum, toenemende/afnemende stijging/daling en symmetrie ten opzichte van een verticale rechte.

06.16 De leerlingen lossen stelsels van twee eerstegraadsvergelijkingen in twee onbekenden algebraïsch en grafisch op.

Differentiële doelen

dd1 De leerlingen berekenen het inproduct van vectoren in het vlak.

dd2 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten in het vlak op.

dd3 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten in het vlak met behulp van vergelijkingen.

dd4 De leerlingen berekenen afstanden en hoeken in het vlak.

dd5 De leerlingen analyseren deelbaarheid bij veeltermen met reële coëfficiënten in één variabele. Euclidische deling, reststelling

CC BY-NC-SA 4.0

3.4 Tweede graad

Cesuurdoelen

06.04.01 De leerlingen bepalen het voorschrift of de grafiek van een tweedegraadsfunctie als de andere representatie gegeven is.

06.04.03 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende in de verzameling van de reële getallen algebraïsch op.

06.04.04 De leerlingen lossen tweedegraadsongelijkheden in één onbekende algebraïsch op.

06.04.06 De leerlingen gebruiken goniometrische formules om uitdrukkingen te vereenvoudigen.

06.04.07 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak.

06.04.09 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek van de functie $f(x) = c/x$ en haar kenmerken.

CC BY-NC-SA 4.0

3.5 Derde graad

Derde graad

Complexe Getallen

06.08.24
De leerlingen stellen complexe getallen voor in het vlak.

06.08.25
De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen in cartesische vorm: optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling.

06.08.26
De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen met reële coëfficiënten in één onbekende op in de verzameling van de complexe getallen.

06.08.27
De leerlingen zetten complexe getallen in cartesische vorm om naar goniometrische vorm en omgekeerd.

06.08.28
De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen in goniometrische vorm: vermenigvuldiging, deling, machtsverheffing en n-de machtsworteltrekking.

Functies en calculus

06.07 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm $f(x)+k$ en $\boxed{k}f(x)$ om de grafiek van een algemene exponentiële functie $f(x)=\boxed{b}a^x+c$ op te bouwen vanuit de grafiek van $f(x)=a^x$.

06.09 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm $f(x)+k, f(x-k), f(x/k)$ en $\boxed{k}f(x)$ om de grafiek van een algemene sinusfunctie $f(x)=\boxed{a}sin[b(x-c)]+d$ op te bouwen vanuit de grafiek van $f(x)=sinx$.

06.04 De leerlingen leggen grafisch het verband tussen een functie en haar afgeleide functie.

06.08.17 De leerlingen berekenen de afgeleide functie van functies die zijn opgebouwd uit veeltermfuncties, rationale functies, irrationale functies, exponentiële functies, logaritmische functies en goniometrische functies.

06.08.21 De leerlingen berekenen bepaalde en onbepaalde integralen van functies.

CC BY-NC-SA 4.0

3.5 Derde graad

Matrices

06.08.01 De leerlingen voeren bewerkingen uit met matrices: optelling, scalaire vermenigvuldiging, matrixvermenigvuldiging, machtsverheffing en transpositie.

06.08.03 De leerlingen berekenen de rang van matrices, de inverse matrix van inverteerbare matrices en de determinant van vierkante matrices.

06.08.04 De leerlingen lossen stelsels van eerstegraadsvergelijkingen op met behulp van de methode van Gauss-Jordan.

Vergelijkingen oplossen

06.08.10 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende in de verzameling van de reële getallen algebraïsch op.

06.08.11 De leerlingen lossen tweedegraadsongelijkheden in één onbekende algebraïsch op.

06.08.13 De leerlingen lossen eenvoudige veeltermvergelijkingen, rationale vergelijkingen, irrationale vergelijkingen, exponentiële vergelijkingen, logaritmische vergelijkingen en goniometrische vergelijkingen algebraïsch op.

Ruimtemeetkunde

06.08.29 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak en in de ruimte.

06.08.30 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten in het vlak en van rechten en vlakken in de ruimte op.

06.08.31 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten in het vlak met behulp van vergelijkingen.

06.08.32 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten, van een rechte en een vlak en van twee vlakken in de ruimte met behulp van vergelijkingen.

06.08.33 De leerlingen berekenen afstanden en hoeken in het vlak en in de ruimte.

CC BY-NC-SA 4.0

3.5 Derde graad

Allerlei

06.01 De leerlingen rekenen met reële getallen.

06.08.15 De leerlingen bepalen limieten van rijen.

06.08.12 De leerlingen analyseren deelbaarheid bij veeltermen met reële coëfficiënten in één variabele.

06.08.23 De leerlingen gebruiken goniometrische formules om uitdrukkingen te vereenvoudigen.

06.17 De leerlingen berekenen kansen bij een normaal verdeelde kansvariabele.

06.42 De leerlingen geven een beknopt doch diepgaand overzicht van het intellectuele nalatenschap van Benoit Mandelbrot. Ze bewijzen met anakdotiek kort dat we met een normale verdeling in onze wereld vaak niks kunnen doen.

CC BY-NC-SA 4.0